Marie Käufer, StDin a. D.
Oliver Manger, OStR
Dipl.-Lehrer Holger Rieck

Bukarest DSA
Deutsches Goethe-Kolleg
Deutsche Spezialabteilung
Strada Cihoschi 17
RO-010592 BUCUREŞTI
Tel./Fax: 0040-212119966
dsabukarest@yahoo.de

Überarbeitung
Schulcurriculum Mathematik

Inhalt

Stand der ursprünglichen Fassung: 08. November 2013,
2., überarbeitete Fassung[1] vom 11. November 2014,
3., überarbeitete Fassung[2] vom 21. Februar 2017,
zuletzt redaktionell überarbeitet[3] am 20. Juni 2017.

[1]mit Einbeziehung der Rückmeldungen der KMK-Prüfungsbeauftragten vom 12. Oktober 2014
[2]zur Anpassung an das Kerncurriculum vom 10.09.2015 und die fachspezifischen Hinweise vom 06.05.2016
[3]zur Anpassung an die durch das Regionalabitur notwendigen Modifikationen in der Stoffverteilung der Klassen 11/12

0. Einleitung

Das Übereinkommen zwischen den Regierungen der Bundesrepublik Deutschland und Rumäniens hinsichtlich der Zusammenarbeit im Bereich des Schulwesens, das am 15.3.1996 unterschrieben worden ist, ist durch das rumänische Parlament und Landespräsidentengesetz Nr. 205 bzw. Nr. 446 vom 28.12.1999 (wodurch die diesbezügliche Regierungsanordnung Nr. 99/29.6.1999 zum Gesetz wurde) in Kraft getreten. Dadurch bekam die Mathematik als wichtiges Prüfungsfach der Abschlussprüfung in den Deutschen Spezialabteilungen Rumäniens eine neue Bedeutung. Die im ausgelaufenen Modell einst notwendige Differenzierung zwischen den beiden Ausrichtungen Mathematik-Informatik und Sozialwissenschaften wird in Zukunft nicht mehr notwendig sein, da nur noch der MI-Zweig existiert.

Die Lehrpläne dieser Spezialabteilungen sollen versuchen, die Richtlinien und Lehrpläne beider Länder (Rumänien und Deutschland) in geeigneter Weise zu vereinen.

Bei der ursprünglichen Version des Lehrplans wurden im Einzelnen berücksichtigt:

- [1] Kernlehrplan Mathematik des Schulministeriums NRW vom 14.06.2007 (nicht mehr relevant)
- [2] Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung – Mathematik (Beschluss der KMK vom 1.12.1989 in der Fassung vom 24.05.2002) (in der Fassung nicht mehr relevant)
- [3] Schulcurriculum für Mathematik und Naturwissenschaften für die Klasse 9 (bewilligt durch Anordnung des rumänischen Unterrichtsministers Nr. 3371/ 02.03.1999)
- [4] Schulcurriculum für Mathematik und Naturwissenschaften für die Klasse 10 (bewilligt durch Anordnung des rumänischen Unterrichtsministers Nr. 5086/ 15.12.1999)
- [5] Schulcurriculumprojekt für Mathematik und Naturwissenschaften für die Klassen 11 und 12 (verfasst vom Nationalkonsilium für das Curriculum des rumänischen Unterrichtsministeriums, Bukarest 1999).

Die Grundlage für die Einleitung und die Fachpräambel der Version von 2013 bildete:

- [6] Überarbeitung des Lehrplans vom 23.11.2009 durch Dr. Gert Kleinstück (DSA Temeswar) in Absprache mit Iris Dürfeld, Ulrike Schümann (DSA Bukarest).

Folgende Bestimmungen und Quellen sind in dieser Version hinzugetreten:

- [7] Ordnung für die Durchführung der Prüfung zur Erlangung eines Zeugnisses der deutschen allgemeinen Hochschulreife und des rumänischen Bakkalaureat für Absolventen deutscher Spezialabteilungen in Rumänien (Beschluss der KMK vom 17.02.1994 i. d. F. vom 16.12.2010)|
- [8] Kerncurriculum für die gymnasiale Oberstufe der Deutschen Schulen im Ausland (Beschluss der KMK vom 29.04.2010 i. d. F. Vom 10.09.2015) und die fachspezifischen Hinweise vom 06.05.2016
- [9] Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der KMK vom 18.10.2012)
- [10] Mathematikunterricht am Gymnasium – Förderung mathematischer Kompetenzen (Handreichung des Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung München)

Ein Ausblick in die Zukunft:
Mehr in den Vordergrund rückt die Verwendung moderner Taschenrechner (seit 2015 ist die Verwendung graphikfähiger Taschenrechner (GTR) vorgesehen, eine Einführung von CAS-Rechnern ist gegenwärtig nicht geplant), die einerseits mehr Zeit zur Einarbeitung verlangt, andererseits eine neue Aufgabenkultur erfordert und eröffnet. Nachdem der Trend in einigen Bundesländern Deutschlands aber bereits wieder eine Abkehr vom GTR in den Prüfungen bevorsteht oder durchgeführt wurde, ist die Gesamtsituation diesbezüglich etwas unklar.

1. Aufgaben und Ziele des Mathematik-Unterrichts[4]

Der systematische Aufbau der Mathematik bringt es mit sich, dass die rumänischen und die deutschen Lehrpläne über einen gemeinsamen Grundstoff verfügen. Zwar sind die rumänischen Richtlinien und Lehrpläne hie und da immer noch sehr theoretisch und informationsüberhäuft, sie können aber, angelehnt an die deutschen, gekürzt, gestrafft und ergänzt werden. Eine vertiefte allgemeine fachübergreifende mathematische Bildung, wissenschaftspropädeutische Grundbildung und soziale Kompetenzen, die hauptsächlich in den Jahrgangsstufen 11 und 12 erworben und weiterentwickelt werden müssen, sind Voraussetzung für die Zuerkennung der allgemeinen Hochschulreife; sie befähigen in besonderer Weise zur Aufnahme eines Hochschulstudiums oder zum Erlernen eines Berufes in beiden Ländern.
Die Leitlinien für die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts in den Spezialabteilungen sollen die Vergleichbarkeit der Abituranforderungen sichern. Gestützt auf einen schülerorientierten Unterricht, der nach dem Prinzip eines Spiral-Curriculums aufgebaut ist und der für Überarbeitung und Weiterentwicklung – aufgrund individueller Unterrichtserfahrung – offen ist, müssen diese Leitlinien aber fachliche Standards und bewährte Grundorientierungen der Mittel- und Oberstufe beider Länder einhalten – durch eine geeignete Unterrichtsgestaltung, die klar aufgaben- und zielorientiert ist. Der Unterricht in den Klassen 9 bis 12 wird sequentiell aufgebaut, aber so, dass die fachlichen, fachübergreifenden und methodischen Ziele des Faches am Ende der Jahrgangsstufe 12 erreicht werden können und sollen.

Die technische und wissenschaftliche Zivilisation moderner Gesellschaften beruht in hohem Maße auf Mathematik und ihren Anwendungen. Der Mathematikunterricht in den Deutschen Spezialabteilungen hat in allen Jahrgangsstufen die Aufgabe, den Schülern die kulturelle und zivilisatorische Bedeutung der Mathematik aufzuzeigen. Er hat ihnen das Besondere des mathematischen Denkens, der mathematischen Abstraktion und der verwendeten Symbole deutlich zu machen. Er hat auch vielfältige Erfahrungen beim Lösen inner- und außermathematischer Probleme zu ermöglichen, anhand derer die Mächtigkeit, Universalität und Nützlichkeit der Mathematik einsichtig wird. Es sind zentrale Ideen herauszuarbeiten, die den Zusammenhang zwischen mathematischer und außermathematischer Kultur sichtbar machen. Der Mathematikunterricht muss exemplarisch verdeutlichen, weshalb Mathematik ein so wesentliches Instrument zur rationalen Erkenntnis und Gestaltung von Welt ist, aber auch wo ihre Grenzen liegen. Deshalb ist dieser Mathematikunterricht so gedacht, dass er zu einer vertieften Allgemeinbildung der Schüler beiträgt. Im Rahmen einer wissenschaftspropädeutischen Ausbildung vermittelt er grundlegende Kompetenzen, die notwendige Voraussetzungen für ein Hochschulstudium und eine anspruchsvolle Berufsausbildung sind. Er leitet zum kritischen Denken und zum Arbeiten in übergreifenden Zusammenhängen an. Mathematik muss als Mittel zur Aufklärung komplexer Sachverhalte erfahren werden können. Als allgemein bildendes Fach steht sie unter dem Anspruch, Hilfen und Anstöße zur persönlichen Entfaltung in sozialer Verantwortlichkeit zu geben, d.h. die Schüler sollen zunehmend selbstständig und eigenverantwortlich arbeiten, eigenständig Informationsquellen erschließen, systematisch und heuristisch an Probleme herangehen, Arbeitsschritte sorgfältig dokumentieren, Ergebnisse selbstkritisch überprüfen und mit anderen diskutieren. Der Mathematikunterricht des Lyzeums muss wie schon im Gymnasium vielfältige Anlässe

[4] weitestgehend übernommen aus [6]

bieten, Brücken zu schlagen zwischen fachlichen Konzepten und lebensweltlichen Vorstellungen, zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken, zwischen praktischem Tun und theoretischer Reflexion. Deshalb müssen die Lernenden das, was im Mathematikunterricht an sie herangetragen wird, verstehen und als sinnvoll und persönlich bedeutsam erfahren können.
Aus den genannten Aufgaben erwachsen folgende Ziele:

1. **Der Mathematikunterricht bereitet auf Anforderungen im Studium und Berufsleben durch Vermittlung mathematischer Kompetenzen vor und sorgt insbesondere für eine verstehende Aneignung grundlegender Modelle, Begriffe, Lehrsätze, Algorithmen und Anwendungsmöglichkeiten in Algebra, Geometrie, Analysis und Stochastik**
2. **Er gibt exemplarische Einblicke in die historische Genese der Mathematik und ihre Bedeutung für die Entwicklung unserer Zivilisation**
3. **Er stiftet Verbindungen zwischen mathematischer und außermathe-matischer Kultur, indem er zentrale Ideen herausarbeitet: Zahl, Messen, räumliches Strukturieren, funktionaler Zusammenhang, Wahrscheinlichkeit, Algorithmus und mathematisches Modellieren, Zusammenarbeit mit anderen Fächern**
4. **Er ermöglicht heuristisches und experimentelles Arbeiten, beispielsweise durch Einbeziehen des Computers.**

Die zentralen Ideen, die unter den Zielen des Mathematikunterrichts bereits angesprochen wurden, sind als Kern der hierfür geeignetsten didaktischen Konzeption zu betrachten, da ihnen eine doppelte Aufgabe zukommt: sie stellen nicht nur „rote Fäden" dar, die die mathematischen Gegenstände von Lyzeum und Gymnasium miteinander verbinden (in dieser Funktion können sie verhindern helfen, dass die Mathematik für die Schüler in eine Fülle isolierter Begriffe, Spezialkenntnisse und Techniken auseinander fällt; an ihnen lässt sich verdeutlichen, wie die Schulmathematik in sich vernetzt ist), sondern darüber hinaus lässt sich anhand der zentralen Ideen zeigen, wie mathematische und außermathematische Kultur miteinander verknüpft sind. Sie stehen für die Erfindungen des menschlichen Geistes, die auf eine allgemeine Weise das Strukturieren, Ordnen und Gestalten verschiedenartiger Probleme erlauben, die sich in entwickelten Gesellschaften notwendigerweise stellen. So kann die unterrichtliche Orientierung an diesen Ideen die Einsicht fördern, dass Mathematik als eine Antwort auf die Herausforderungen der natürlichen und gesellschaftlichen Umwelt verstanden werden kann. Die Orientierung an zentralen Ideen bedeutet aber nicht, diese ständig und ausdrücklich zu Unterrichtsgegenständen zu machen. Vielmehr sind sie Anlass, über Sinn und Bedeutung, kulturellen Stellenwert und innermathematischen Zusammenhang der jeweils anstehenden mathematischen Themen zu reflektieren.
Ein solcher Mathematikunterricht trägt daher zu den nachfolgenden weiteren Zielen bei:

5. **Für die Schüler wird deutlich, wie Mathematik entsteht und zur Beschreibung und Lösung komplexer Probleme genutzt werden kann**
6. **Die Schüler erfahren im aktiven Umgang mit Mathematik, dass und wie sich Mathematik als Mittel kritischen Vernunftgebrauchs einsetzen lässt**
7. **Fachliches und soziales Lernen wird aufeinander bezogen und die Schüler werden sowohl zu selbstständigem Lernen als auch zu kooperativem Lernen in Gruppen angeleitet, sodass jede einzelne Schülerin und jeder einzelne Schüler als Person ernst genommen werden.**

Der nachfolgende Aufbau der **Fachinhalte** ist als Modell für ein Spiral-Curriculum gedacht, der die genannten Leitlinien einhält, den notwendigen aufgaben- und zielorientierten „roten Faden", der aber schülerorientiert verwendet werden soll; dies betrifft sowohl die Auswahl der Unterrichtsinhalte und die Reihenfolge ihrer Behandlung als auch die Anzahl der Stunden für die einzelnen Unterrichtseinheiten. Jeder Lehrer hat somit den pädagogischen Freiraum, eine sinnvolle Reihenfolge festzulegen und Schwerpunkte zu setzen. Die im Abschnitt 4 angegebenen Wochenzahlen können eine Richtschnur bilden.
Folgende Kriterien für die Auswahl von Unterrichtsinhalten empfehlen sich:

- Der Aufbau der fachlichen Inhalte darf nicht zu einer Stoffhäufung führen. Es gilt das Prinzip des Exemplarischen, das sich auf wesentliche, repräsentative und bedeutsame Fachinhalte beschränkt, die geeignet sind, übertragbare Kenntnisse und Fertigkeiten zu vermitteln.
- Die Auswahl der Unterrichtsinhalte soll so erfolgen, dass Vorwissen aktiviert werden kann; Lernzuwachs und Lernfortschritt müssen deutlich werden.
- Die ausgewählten Inhalte sollen in fachlicher und fachübergreifender Hinsicht methodisch selbstständiges Arbeiten ermöglichen sowie entsprechende Kompetenzen aufbauen und sichern.

Wichtig ist es, sich nicht auf eine Stoffsammlung zu beschränken, sondern ständig Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts in den Spezialabteilungen im Blick zu behalten und sich immer wieder über die am besten geeignete Unterrichtsgestaltung (Lern- und Arbeitsorganisation) Gedanken zu machen, so dass am Ende der Jahrgangsstufe 12 die Abituranforderungen beider Länder erreicht werden.

2. Fachliche Kompetenzen und Leitideen[5]

Anm. der Verf.: In der vorliegenden Überarbeitung wurden „Kompetenzen-Schwerpunkte“ und „Zeitvorschläge“ in Abschnitt 4 (S. 13 ff.) ergänzt.

Üblich ist in der Literatur, sechs Kompetenzen (K1 bis K6), fünf Leitideen (L1 bis L5) und drei Anforderungsbereiche (A1 bis A3) zu unterscheiden. Diese bilden den Tensor mit den Dimensionen des kognitiven Anspruchs (Anforderungsbereiche), des Inhalts (Leitideen) und des Prozesses (allgemeine mathematische Kompetenzen).

Die zentralen Aspekte mathematischen Arbeitens werden in Form folgender allgemeiner mathematischer Kompetenzen erfasst: (K 1) Argumentieren, (K 2) Probleme lösen, (K 3) Modellieren, (K 4) Darstellungen verwenden, (K 5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen und (K 6) Kommunizieren.

Zum Lösen mathematischer Aufgaben werden diese Kompetenzen in unterschiedlicher Ausprägung benötigt. Dabei unterscheiden die Bildungsstandards drei Anforderungsbereiche: „Reproduzieren“, „Zusammenhänge herstellen“ sowie „Verallgemeinern und Reflektieren“. Anspruch und kognitive Komplexität nehmen von Anforderungsbereich zu Anforderungsbereich zu.

Auf die Dimension der Anforderungsbereiche gehen wir an dieser Stelle nicht detailliert ein, sondern verweisen auf die Operatorenliste für das Fach Mathematik (Stand: Oktober 2012), hier zu finden auf S. 16 - 17. Maßgeblich für eine Einschätzung, um welchen Anforderungsbereich es sich handelt, ist der benutzte Operator, aber auch die bis zu dem Zeitpunkt der Aufgabe eingeführten Inhalte und Verfahren. Am besten beurteilen kann dies die Fachlehrkraft. Der größte Nutzen der Operatorenliste liegt in der Vereinheitlichung bzw. Standardisierung des Vokabulars, das in einer zentralen Prüfung verwendet werden kann und allen Beteiligten (Lehrkräfte wie Prüflingen) vertraut ist. Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden von Schülerinnen und Schülern in aktiver Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben und angewandt. Entsprechend lassen sich die allgemeinen mathematischen Kompetenzen vielfältig inhaltsbezogen konkretisieren.

Die von den Bildungsstandards geforderten Inhalte sind nach folgenden grundlegenden mathematischen Leitideen geordnet: (L 1) Zahlen und Operationen, (L 2) Größen und Messen, (L 3) Raum und Form, (L 4) Funktionaler Zusammenhang und (L 5) Daten und Zufall. Jede Leitidee durchzieht den Lehrplan für das Fach Mathematik spiralförmig, Verständnis für grundlegende mathematische Begriffe und Konzepte sowie Themengebiete übergreifendes, vernetzendes Denken sollen nachhaltig gefördert werden. Die Bewältigung mathematischer Problemsituationen erfordert das permanente Zusammenspiel von prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen. Insofern sind die folgenden Inhalte immer im Kontext allgemeiner mathematischer Kompetenzen und deren Anforderungsbereichen zu sehen. Unter Inhalten werden dabei insbesondere auch adäquate Grundvorstellungen verstanden, die ein Verständnis dieser Inhalte erst konstituieren. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen werden jeweils übergreifenden Leitideen zugeordnet, die nicht auf bestimmte klassische mathematische Themenbereiche (Analysis, Lineare Algebra und Analytische Geometrie, Stochastik) begrenzt sind. Die Leitideen tragen damit zur Vernetzung dieser traditionellen klassischen Sachgebiete bei.

[5] mit Material aus [8], [9] und [10]

Im Folgenden werden die Leitideen erläutert.

(L 1) Algorithmus und Zahl

Diese Leitidee verallgemeinert zum einen den Zahlbegriff der Sekundarstufe I zu Tupeln und Matrizen einschließlich zugehöriger Operationen. Die Leitidee erweitert zum anderen die Vorstellungen von den reellen Zahlen durch Approximationen mittels infinitesimaler Methoden. Weiter umfasst die Leitidee die Kenntnis, das Verstehen und das Anwenden mathematischer Verfahren, die prinzipiell automatisierbar und damit einer Rechnernutzung zugänglich sind. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe II sind die Anfänge der Analysis und die Lineare Algebra.

Die Schülerinnen und Schüler können...

- geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen auswählen,
- ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme erläutern und es anwenden,
- Grenzwerte auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs insbesondere bei der Bestimmung von Ableitung und Integral nutzen,
- einfache Sachverhalte mit Tupeln oder Matrizen beschreiben.

(L 2) Messen

Diese Leitidee erweitert das Bestimmen und Deuten von Größen aus der Sekundarstufe I um infinitesimale, numerische und analytisch-geometrische Methoden. Dies betrifft sowohl funktionale Größen wie Änderungsraten und (re-)konstruierte Bestände als auch Größen im Koordinatensystem wie Winkel, Längen, Flächeninhalte und Volumina. Weiter umfasst die Leitidee stochastische Kenngrößen, die als Ergebnisse von Messprozessen im weiteren Sinne aufgefasst werden. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe II sind die Analysis, die Analytische Geometrie und die Stochastik.

Die Schülerinnen und Schüler können...

- Streckenlängen und Winkelgrößen im Raum auch mithilfe des Skalarprodukts bestimmen,
- Sekanten- und Tangentensteigungen an Funktionsgraphen bestimmen,
- Änderungsraten berechnen und deuten,
- Inhalte von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenzt sind, bestimmen,
- Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand berechnen,
- Lage- und Streumaße einer Stichprobe bestimmen und deuten,
- Erwartungswert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen bestimmen und deuten,
- Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen,
- das Volumen von Körpern bestimmen, die durch Rotation um die Abszissenachse entstehen.

(L 3) Raum und Form

Diese Leitidee ist auf die Weiterentwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens aus der Sekundarstufe I gerichtet. Sie beinhaltet den Umgang mit Objekten im Raum. Es geht hier sowohl um Eigenschaften und Beziehungen dieser Objekte als auch um Darstellungen mit geeigneten Hilfsmitteln einschließlich Geometriesoftware. Das zugehörige mathematische Sachgebiet der Sekundarstufe II ist die Analytische Geometrie.

Die Schülerinnen und Schüler können...

- geometrische Sachverhalte in Ebene und Raum „koordinatisieren",
- elementare Operationen mit Vektoren ausführen und Vektoren auf Kollinearität untersuchen,
- das Skalarprodukt geometrisch deuten,
- Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig/ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten anwenden,
- Geraden und Ebenen analytisch beschreiben und die Lagebeziehungen von Geraden untersuchen,
- die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen untersuchen.

(L 4) Funktionaler Zusammenhang

Diese Leitidee ist darauf gerichtet, die funktionalen Vorstellungen aus der Sekundarstufe I mit Begriffen und Verfahren der elementaren Analysis zu vertiefen und den Funktionsbegriff durch vielfältige Beispiele zu erweitern, auch in stochastischen Kontexten. Es geht hier um funktionale Beziehungen zwischen Zahlen bzw. Größen sowie deren Darstellungen und Eigenschaften, auch unter Nutzung infinitesimaler Methoden und geeigneter Software. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe II sind in erster Linie die Analysis und die Stochastik.

Die Schülerinnen und Schüler können...

- die sich aus den Funktionen der Sekundarstufe I ergebenden Funktionsklassen zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen,
- in einfachen Fällen Verknüpfungen und Verkettungen von Funktionen zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen,
- die Ableitung insbesondere als lokale Änderungsrate deuten,
- Änderungsraten funktional beschreiben (Ableitungsfunktion) und interpretieren,
- die Funktionen der Sekundarstufe I ableiten, auch unter Nutzung der Faktor- und Summenregel,
- die Produktregel zum Ableiten von Funktionen verwenden,
- die Ableitung zur Bestimmung von Monotonie und Extrema von Funktionen nutzen,
- den Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen und umgekehrt entwickeln,
- das bestimmte Integral deuten, insbesondere als (re-)konstruierten Bestand,
- geometrisch-anschaulich den HDI begründen,
- Funktionen mittels Stammfunktionen integrieren,
- Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beschreibung stoch. Situationen nutzen,
- die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen deuten,
- Kettenregel zum Ableiten von Funktionen verwenden,
- die ln-Funktion als Stammfunktion von $f(x) = 1/x$ und als Umkehrfunktion der exp-Funktion nutzen.

(L 5) Daten und Zufall

Diese Leitidee vernetzt Begriffe und Methoden zur Aufbereitung und Interpretation von statistischen Daten mit solchen zur Beschreibung und Modellierung von zufallsabhängigen Situationen. In Ausweitung und Vertiefung stochastischer Vorstellungen der Sekundarstufe I umfasst diese Leitidee insbesondere den Umgang mit mehrstufigen Zufallsexperimenten, die Untersuchung und Nutzung von Verteilungen sowie einen Einblick in Methoden der beurteilenden Statistik, auch mithilfe von Simulationen und unter Verwendung einschlägiger Software.

Das darauf bezogene mathematische Sachgebiet der Sekundarstufe II ist die Stochastik.

Die Schülerinnen und Schüler können...

- exemplarisch statistische Erhebungen planen und beurteilen ,
- Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen oder Vierfeldertafeln untersuchen und damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten lösen,
- Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit anhand einfacher Beispiele untersuchen,
- die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen nutzen,
- Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen verwenden,
- in einfachen Fällen aufgrund von Stichproben auf die Gesamtheit schließen,
- Hypothesentests interpretieren und die Unsicherheit und Genauigkeit der Ergebnisse begründen,
- exemplarisch diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und die „Glockenform" als Grundvorstellung von normalverteilten Zufallsgrößen nutzen,
- stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen.

Im Folgenden werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen erläutert.

(K 1) Argumentieren

Die Kompetenz „Argumentieren" ist sowohl für das Entwickeln von Argumentationen erforderlich als auch für das Verstehen, Erläutern und Bewerten vorgegebener Argumentationen.

Die Schülerinnen und Schüler müssen dazu mit verschiedenen Begründungsmustern vertraut sein. Die Anforderungen erstrecken sich von einfachen Plausibilitätsbetrachtungen über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis zu formalen Beweisen oder Reflexionen über vorgegebene Argumentationen. Dabei wird ein hoher Anforderungsbereich nicht unbedingt durch den Grad der Formalisierung der Argumentation bestimmt.

(K 2) Probleme lösen

Die Kompetenz „Probleme lösen" wird immer dann benötigt, wenn bei einer Aufgabe die Lösungsstruktur nicht offensichtlich ist oder mehrere aufeinander aufbauende Lösungsschritte notwendig sind, die Bearbeitung der Aufgabe also ein strategisches Vorgehen erfordert.

Die Schülerinnen und Schüler müssen folglich über Strategien zum Entwickeln von Lösungsideen sowie zum Ausführen geeigneter Lösungswege verfügen (z. B. Verwenden einer Skizze, Figur, Tabelle; Einzeichnen von Hilfslinien; systematisches Probieren; Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten; Zerlegen oder Ergänzen; Nutzen von Symmetrien oder Analogien). Zu beachten ist, dass eine Aufgabe, bei deren Bearbeitung die Kompetenz „Probleme lösen" im Vordergrund steht, nicht unbedingt einem hohen Anforderungsbereich zuzuordnen ist.

(K 3) Modellieren
Die Kompetenz ist erforderlich, um einen realitätsbezogenen Sachverhalt zu verstehen, diesen zu strukturieren und schließlich die zugehörige Aufgabenstellung zu lösen. Insbesondere müssen dazu die Möglichkeiten der Mathematik hinsichtlich der Beschreibung der Realität erkannt und beurteilt werden. Eine Modellierung besteht aus den Teilschritten: Verstehen des Sachverhalts, Strukturieren und Vereinfachen des Sachverhalts, Übertragen des Sachverhalts in ein mathematisches Modell, Lösen der Aufgabe im mathematischen Modell, Interpretation und Reflexion des Ergebnisses im Sachzusammenhang (ggf. auch Diskussion von Grenzen des Modells). Insbesondere der Teilschritt „Lösen der Aufgabe im mathematischen Modell" setzt in der Regel weitere Kompetenzen voraus. Die Anforderungen erstrecken sich vom Anwenden der Standardmodelle (z. B. Dreisatz) oder dem Ausführen einzelner Teilschritte einer Modellierung bis hin zur komplexen Modellbildung oder dem Vergleichen und Bewerten von Modellen.
Die Bildungsstandards für das Fach Mathematik legen zu Grunde, von Modellieren ausschließlich im Zusammenhang mit realitätsbezogenen Anwendungen zu sprechen, innermathematisches Modellieren wird also nicht (K 3) zugeordnet.

(K 4) Darstellungen verwenden
Die Kompetenz wird benötigt, um Darstellungen zu erstellen oder zu verändern, zwischen verschiedenen Darstellungsformen zu wechseln und mit vorgegebenen Darstellungen verständig umzugehen (insbesondere vorgegebenen Darstellungen Informationen zu entnehmen, diese zu interpretieren oder zu bewerten). Unter Darstellungen werden unter anderem Skizzen, Zeichnungen, Abbildungen, Fotos, Tabellen, Diagramme und Graphen, aber auch Formeln und sprachliche Darstellungen verstanden.
Diese Kompetenz wird zur Bearbeitung einer Aufgabe nur dann benötigt, wenn eine aktive Auseinandersetzung mit einer Darstellung erforderlich ist; eine illustrierende Abbildung allein macht diese Kompetenz nicht notwendig.

(K 5) Mit symbolischen/formalen/technischen Elementen der Mathematik umgehen
Die Kompetenz umfasst folgende mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten: Anwenden von Definitionen, Regeln, Algorithmen und Formeln; formales Arbeiten mit Zahlen, Größen, Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen und Vektoren; Ausführen von Lösungs- und Kontrollverfahren; Anwenden geometrischer Grundkonstruktionen; Verwenden von Hilfsmitteln. Außerdem werden dieser Kompetenz alle mathematischen Kenntnisse (Fakten, Regeln) zugeordnet.
Diese Kompetenz unterstützt insbesondere die Kompetenzen „Argumentieren", „Probleme lösen" und „Modellieren" wesentlich.

(K 6) Kommunizieren
Für die Bearbeitung nahezu jeder Aufgabe ist ein „Kommunizieren" erforderlich. Diese Kompetenz besitzt sowohl eine passive als auch eine aktive Komponente. Einerseits müssen schriftliche Texte oder mündliche Aussagen verstanden, andererseits Überlegungen oder Ergebnisse schriftlich oder mündlich unter Verwendung der Fachsprache in angemessener Form dargestellt und präsentiert werden können.
Die Abgrenzung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen „Argumentieren" und „Kommunizieren" ist nicht immer einfach. Im Allgemeinen steht jedoch im Rahmen einer Begründung die Kompetenz „Argumentieren" im Vordergrund, während eine Beschreibung in erster Linie die Kompetenz „Kommunizieren" voraussetzt.

3. Aufgabenkultur im Hinblick auf die Kompetenzen

Von entscheidender Bedeutung für die Entwicklung mathematischer Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten ist es, die Schülerinnen und Schüler zu vertieftem Nachdenken und intensiver Auseinandersetzung mit den Lerninhalten anzuregen. Diese kognitive Aktivierung ist damit Voraussetzung für den Erwerb mathematischer Kompetenzen. Aktuelle Erkenntnisse der empirischen Unterrichtsforschung bestätigen diese Auffassung. Wesentlich für die kognitive Aktivierung der Schülerinnen und Schüler sind die eingesetzten Fragen und Aufgaben sowie deren Einbettung in den Unterricht.

Die Bedeutung von Fragestellungen und Aufgabenstellungen für den Mathematikunterricht ist offensichtlich: Erarbeitung, Übung, Wiederholung oder Vertiefung – mithilfe geeignet gestellter Fragen und Aufgaben lassen sich unabhängig vom Ziel des Unterrichts Anlässe zu vertieftem Nachdenken und intensiver Auseinandersetzung mit den Lerninhalten schaffen. Eine nachhaltige Ausbildung von mathematischem Verständnis ist die Folge.

Ein hohes Maß an kognitiver Aktivierung lässt sich besonders gut dann erreichen, wenn eine eingesetzte Frage oder Aufgabe

- Begründungen verlangt oder zur Reflexion anregt,
- ein Problem aufwirft, von dem sich die Schülerinnen und Schüler herausgefordert fühlen,
- zur Beschreibung mathematischer Zusammenhänge oder Lösungswege auffordert,
- Verbindungen zu grundlegenden Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten herstellt,
- das Interesse der Schülerinnen und Schüler weckt (innermathematisch oder aufgrund eines geeigneten Sachzusammenhangs).

Für den gewinnbringenden Einsatz einer Aufgabe spielt auch deren sinnvolle Einbettung in den Unterricht eine zentrale Rolle. Dazu müssen Überlegungen angestellt werden zur Positionierung der Aufgabe im Unterrichtsgeschehen, zur methodischen Gestaltung oder zu grundlegenden Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten, die zu einer erfolgreichen Bearbeitung notwendig sind.

Die Frage danach, welche Unterrichtsmethoden im Hinblick auf die kognitive Aktivierung der Schülerinnen und Schüler zu bevorzugen sind, kann – zumindest gegenwärtig – nicht beantwortet werden. So gibt es keine empirischen Belege dafür, dass bestimmte Methoden diesbezüglich anderen Methoden überlegen sind. Kognitive Aktivierung lässt sich sowohl in fragend-entwickelndem Unterricht als auch in anderen Arbeits- oder Sozialformen erreichen.

Voraussetzung für die Auswahl und Erstellung von Aufgaben zur gezielten Förderung oder Prüfung bestimmter allgemeiner mathematischer Kompetenzen ist es, für jede Aufgabe feststellen zu können, welche Kompetenz bei der Bearbeitung im Vordergrund steht und welche weiteren Kompetenzen möglicherweise eine bedeutende Rolle spielen.

Für die Klassierung von Aufgaben hinsichtlich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind folgende Aspekte von besonderer Bedeutung:

- Da die allgemeinen mathematischen Kompetenzen immer im Verbund erworben bzw. angewandt werden, sind für die Bearbeitung einer Aufgabe stets mehrere Kompetenzen erforderlich. So wird fast immer die Kompetenz „Kommunizieren" (K 6) benötigt: Die Aufgabenstellung muss verstanden, die eigene Lösung verständlich wiedergegeben werden. Ähnliches gilt für die Kompetenz „Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen" (K 5).
- Eine Sonderrolle im Rahmen der Klassierung von Aufgaben hinsichtlich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen kommt der Kompetenz „Probleme lösen" (K 2) zu. Nur bei dieser Kompetenz hängt es auch von den Vorkenntnissen der Schülerinnen und Schüler ab, ob die Kompetenz im Rahmen der Bearbeitung einer Aufgabe im Vordergrund steht oder nicht.

Im Rahmen des Unterrichts, besonders jedoch für Leistungsnachweise ist es häufig notwendig, zusätzlich zum vielfältigen Angebot der zugelassenen Lehrbücher selbst Aufgaben zu erstellen, bei deren Bearbeitung jeweils eine bestimmte allgemeine mathematische Kompetenz im Vordergrund steht. Im Folgenden werden Anregungen zur Erstellung derartiger Aufgaben gegeben.

Aufgaben für den Unterricht
Als selbstverständlicher Bestandteil des Mathematikunterrichts erfüllen Aufgaben die Funktion von Erarbeitungs- oder Lernaufgaben. Im Vergleich zu Prüfungsaufgaben können diese weit offener gestellt werden und damit Interpretationsspielraum eröffnen sowie zu Kommunikation Anlass geben.

Aufgaben für Leistungsnachweise
Nicht nur Erarbeitungs- und Lernaufgaben, sondern auch Prüfungsaufgaben haben Einfluss auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen. Denn die Art, wie Leistungsnachweise konzipiert sind, wirkt sich wesentlich auf das Lernverhalten der Schülerinnen und Schüler aus. Folglich sollten auch in diesem Zusammenhang die allgemeinen mathematischen Kompetenzen ausgewogen berücksichtigt und grundlegende Kompetenzen, d. h. grundlegende Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, auch vorhergehender Jahrgangsstufen regelmäßig mit bedeutendem Anteil einbezogen werden. Selbstverständlich kann nur geprüft werden, worauf die Schülerinnen und Schüler ausreichend vorbereitet wurden – sowohl hinsichtlich mathematischer Inhalte als auch hinsichtlich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen. Insbesondere die regelmäßige Prüfung grundlegender Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten setzt voraus, dass diese im Sinne kumulativen, vernetzenden Lernens im Rahmen des Unterrichts ständig systematisch wiederholt, geübt und vertieft werden; eine Einschränkung der Grundlagen, die für Leistungsnachweise zur Verfügung stehen müssen, ist dann weder erforderlich noch sinnvoll. Absprachen innerhalb der Fachschaft hinsichtlich der Förderung, Sicherung und Prüfung sind hier hilfreich.

Für Leistungsnachweise sind außerdem folgende Aspekte von besonderer Bedeutung:

- Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Zusammenhang mit Leistungsnachweisen ausgewogen zu berücksichtigen, bedeutet nicht, dass im Rahmen der Bearbeitung der Aufgaben eines Leistungsnachweises alle Kompetenzen in gleichem Maße erforderlich sein müssen. Vielmehr sind abhängig von Zielsetzung und Lehrplaninhalten unterschiedliche Schwerpunkte denkbar.
- Trotz der geänderten Schwerpunktsetzung sollte selbstverständlich weiterhin darauf geachtet werden, den Schülerinnen und Schülern Sicherheit im Umgang mit Zahlen, Termen und Gleichungen nachhaltig zu vermitteln; auf eine Verwendung von Hilfsmitteln (Taschenrechner, Formelsammlung) sollte auch bei Leistungsnachweisen immer wieder gezielt verzichtet werden.

4. Fachinhalte des Mathematik-Unterrichts

4.1. Klasse 9 (Schulspezifische Inhalte sind *halbfett-kursiv* gesetzt.)

Unterrichtsinhalte	**Lerneinheit im Buch (Lambacher Schweizer NRW)**	**Zeitvorschläge in Wo.**	**Kompetenzen-Schwerpunkte (K1 bis K6)**						**Leitidee (L1 bis L6)**				
			Argumentieren	Probleme lösen	Modellieren	Darstellungen	Elementesymb./form.	Kommunizieren	Zahl	Messen	Form u. Raum	Funkt. Zshg.	Daten u. Zufall
Lin. und quadr. Funktionen, Darstellung in sprachlicher, tabellarischer, graphischer Form und mit Hilfe von Termen	I.1 – I.6	7				X	X	X				X	
Lin. und quadr. Gleichungen		2	X	X	X								
Mogeln mit Graphen u. Diagrammen	I.Exkursion	0,5	X			X		X				X	X
Ähnl. Figuren/Strahlensätze/Spiegelung/zentr. Streckung	II.1 – II.4	2		X	X						X		
Goldener Schnitt	II.Exkursion	0,5	X			X				X	X		
Satz des Pythagoras	III.1 und III.3	2	X	X			X				X		
Höhen- und Kathetensatz	III.2	1	X	X							X		
Flächeninhalt Parallelogramm, Trapez, Dreieck, Kreis, Kreisausschnitt (Wh. 5-8)	ohne	1				X	X			X			
Oberfläche und Volumen von Pyramide, Kegel, Kugel	III.4 – III.5	2		X		X	X			X			
Zehnerpotenzen, Potenzgesetze, einf. Gleichungen mit Potenzen	IV.1 – IV.4	2					X		X				
Logarithmus, Rechengesetze für Logarithmen, soweit sie zum Lösen einfacher Gleichungen gebraucht werden	IV.Exkursion	1		X			X		X				
Wachstumsvorgänge, insb. lin./exp. Wachstum	V.1 – V.3	2	X	X				X				X	
Die geom. Verteilung	V.Exkursion	0,5		X									X
Sinus, Kosinus, Tangens	VI.1 – VI.2	1				X	X				X		
Problemaufgaben im rechtwinkligen Dreieck	VI.3	0,5		X	X			X			X		
Sinus- und Kosinussatz	ohne	0,5	X				X				X		
Sinusfunktion	VI.4 – VI.6	1		X		X						X	
Kosinusfunktion	ohne	1		X		X						X	
Urliste, Anteile, Tabellen, Säulen-/Kreisdiagramme (Wh. 5-8)	s. S. 207	0,5				X		X					X
Median, Modalwert, arithm. Mittel, Spannweite (Wh. 5-8)	ohne	0,5	X	X			X						X
Verknüpfung von Ereignissen, Vierfeldertafel (Wh. 5-8)	ohne	1	X	X				X					X
(Diese Summe enthält noch nicht den Puffer für Prüfungen, Projekte und Präferenzen!) >>>		29,5											

4.2. Klasse 10 (Schulspezifische Inhalte sind ***halbfett-kursiv*** gesetzt.)

Unterrichtsinhalte	LE im Buch (Lambacher Schweizer NRW)	Zeitraum ca. in Wo.	Kompetenzen-Schwerpunkte (K1 bis K6)						Leitidee (L1 bis L6)				
			Argumentieren	Probleme lösen	Modellieren	Darstellungen	symb./form. Elemente	Kommunizieren	Zahl	Messen	Form u. Raum	Funkt. Zshg.	Daten u. Zufall
Wh. lin. und quadrat. Fkt.	I.1 – I.2	1	x		x	x						x	
Potenzfunktionen (teilweise Wh.)	I.3	1	x		x		x					x	
Ganzrationale Funktionen (Einführung, Symmetrie, Nullstellen)	I.4 – I.6	2	x	x	x							x	
Transformationen (Verschieben/Strecken von Graphen)	I.7	1			x	x		x				x	
Potenzen mit rat. Exponenten, Wurzeln, Grenzwerte von Funktionen	II.1	1	x	x			x		x				
Exponentialfunktionen	II.2	1	x		x		x					x	
einfache Exponentialgleichungen und Logarithmen	II.3	1		x		x	x					x	
lin. und exp. Wachstum	II.4	1	x		x			x				x	
Halbwertszeit	II.Exkursion	0,5		x	x			x					
mittlere Änderungsrate, Differenzenquotient, momentane Änderungsrate,	III.1 - III.2	2		x		x				x		x	
Ableitung an einer Stelle, Ableitungsfunktion und -regeln	III.3 – III.5	2		x		x	x					x	
Nullstellen, Monotonie und Beschränktheit (Berechnung auch mit Rechenhilfsmitteln wie GTR, CAS, Tabellenkalkulation), Extremstellen	IV.1 – IV.3, IV.5	3		x			x	x				x	
2. Ableitung als Kriterium für Extr.	IV.4 – IV.6	2					x					x	
Sachzusammenhänge, ganzrat. Funktionen bestimmen	V.1 – V.2	2	x	x				x				x	
Gauß-Algorithmus	S. 162	1					x					x	
Vektoren im zwei-/dreidim. Raum, Rechnen mit Vektoren/Rechengesetze, Koord. von Punkten im Raum, Ortsvektor, Geradengleichung, Lagebeziehungen zweier Geraden, LGS mit max. drei Gleichungen und drei Unbekannten (insbesondere 3x2-LGS zur Bestimmung der Schnittmenge zweier Geraden im Raum)	Arbeitsblätter	3	x				x				x	x	
Pfadregel, (Erwartungswert in 11/12)	VI.1	1		x		x		x					x
trig. Gleichungen	VII.3	1		x			x					x	
f(x) = a · sin (b · x + c) + d	VII.4	1	x		x							x	
(Diese Summe enthält noch nicht den Puffer für Prüfungen, Projekte und Präferenzen!) >>>		27,5											

4.3. Klassen 11/12 (Schulspezifische Inhalte sind *halbfett-kursiv* gesetzt.)

Vorbemerkung: Die Klassen 11 und 12 sind als Einheit zu sehen, so dass aus didaktisch-methodischen Gründen abweichend von der hier vorgesehene Zuordnung die Inhalte auch in anderer Reihenfolge während dieser beiden Jahrgänge behandelt werden können.

Unterrichtsinhalte	LE im Buch (Lambacher Schweizer GK/LK NRW)	Zeitraum ca. in Wo.	Kompetenzen-Schwerpunkte (K1 bis K6)						Leitidee (L1 bis L6)				
			Argumentieren	Probleme lösen	Modellieren	Darstellungen	sym./form. Elem.	Kommunizieren	Zahl	Messen	Form u. Raum	Funkt. Zshg.	Daten u. Zufall
Die nat. Exponentialfunktion, näherungsweise Berechnung von Nst., e als Grenzwert	I.1	2		x	x		x					x	
Zahlenfolgen (Def., expl. u. rekursive Darst.), Grenzw. e. Folge (kein rechn. Nachweis), Grenzw. v. Funkt.	ohne (AB)	2	x			x		x	x				
zusammengesetzte Funktionen, Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel	I.3 – I.6	2					x					x	
Rekonstruieren einer Größe, Bestände aus geg. mittleren/momentanen Änderungsraten bestimmen	II.1	2		x	x			x		x			
Integral und HDI, Summe, konstanter Faktor bei Integralen	II.2 – II.4	2	x				x					x	
Integralfunktion, Flächeninhalt unter einem und auch zwischen zwei Funktionsgraphen	II.5 – II.6	2	x	x	x			x		x		x	
partielle Integration	II.9	1		x			x					x	
Integrationsverfahren (lineare Substitution)	II.10	2		x			x					x	
näherungsweise Integration durch numerische Verfahren	II.11	1	x	x			x					x	
Integral und Rauminhalt, Rotation um x-Achse	II.Wahlth.	1			x	x				x	x		
Differenzialgleichungen für natürliches und beschränktes Wachstum	AB Weber-Z.	1	x					x				x	
Funktionenscharen, Funktionsanpassung	III.1	2		x	x	x						x	
Wh. Exponentialfunktionen und exp. Wachstum bei komplexeren Aufgaben	III.2	1		x	x		x					x	
Zus.gesetzte Funktionen, auch im Sachzusammenhang	III.3 – III.4	2	x	x				x				x	
Extremwertaufgaben unter Einbeziehung der behand. Funktionsklassen	III.5	2	x	x				x				x	
Definitionslücken und senkrechte Asymptoten	IV.1	1				x	x					x	
waagr. Asymptoten, Verhalten an den Rändern der Definitionsmenge	IV.2	1	x				x					x	
Vektoren (tw. Wh.)	V.1 – V.3	1				x	x			x	x		
Gerade im Raum, gegenseitige Lage	V.4 – V.5	2		x		x		x		x	x		
Längen messen, Betrag eines Vektors, Einheitsvektor	V.6	2				x	x			x	x		
Gauß (teilw. Wh.), LGS lösen, auch außerhalb der Geometrie	VI.1 – VI.2	1		x			x	x			x		
Ebenen im Raum (Parameterform)	VI.3	2			x	x	x				x		
orthogonale Vektoren, Skalarprodukt, Winkel zwischen Vektoren	VI.4 – VI.5	2	x	x						x			
Ebenen im Raum, Normalenform (NF) in vekt. Darst., NF in parameterfreier Darst./Koordinatenform	VI.6	2				x	x				x		
Lagen von Ebene/KOSY, Ebene/Gerade, Ebene/Ebene	VI.7	1		x		x				x			
Vektorprodukt	VI.Wahlth.	1	x				x				x		
Abstand Punkt/Ebene	VII.1	1		x						x			
Hessesche Normalenform (HNF)	VII.2	1	x	x			x			x			
Abstand Punkt/Gerade, Geraden (parallel, windschief), Gerade/Ebene	VII.3-VII.4	2		x	x	x				x			
Schnittwinkel zwischen Gerade/Gerade, Ebene/Ebene, Gerade/Ebene	VII.5	2		x	x	x				x			
Lineare (Un-)Abhängigkeit, Vektorräume, Basis/Dimension	VII.6-VII.7	1	x								x		
Kombinatorik (Abzählverf., grundl. Berechnungsformeln), Wahrscheinlichk., Pfadregeln	X.1 u. AB	2		x			x	x					x
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung von Zufallsgrößen	X.5	1	x		x		x						x
Formel v. Bernoulli, B-Ketten (Galtonbrett), B-Vert. in Anwendungen	X.6 – X.8	2		x	x			x					x
Erwartungswert, Varianz und Standardabw von binom. verteilten Zufallsgrößen	X.9	1	x		x		x						x
NACH DER SCHRIFTLICHEN ABITURPRÜFUNG													
Daten darstellen und auswerten, Anwendungen des Taschenrechners im Bereich Stochastik	X.4 u. AB	1				x							x
zweiseitiger, einseitiger Test, Fehler 1./2. Art beim Testen von Hypoth., Irrtumswahrsch.	X.10 – X.12	1		x	x			x					x
Vertrauensintervalle/Konfidenz	X.13	1	x	x	x								x
Matrizen und Abbildungen, Übergangsmatrizen	VIII – IX	5		x	x	x	x	x				x	x
(Diese Summe enthält noch nicht den Puffer für Prüfungen, Projekte und Präferenzen!) >>>		62											

5. Anlagen zu rechtlichen Bestimmungen

5.1. Operatorenliste

Quelle: Operatoren für das Fach Mathematik (Stand: Oktober 2012) – Veröffentlichung der KMK

In der Regel können Operatoren je nach Zusammenhang und unterrichtlichem Vorlauf in jeden der drei Anforderungsbereiche (AFB) eingeordnet werden; hier soll der überwiegend in Betracht kommende Anforderungsbereich genannt werden. Die erwarteten Leistungen können durch zusätzliche Angabe in der Aufgabenstellung präzisiert werden.

Operator	Definition	Beispiel
Anforderungsbereich I		
angeben, nennen	Objekte, Sachverhalte, Begriffe oder Daten ohne nähere Erläuterungen, Begründungen und ohne Darstellung von Lösungsansätzen oder Lösungswegen aufzählen	Geben Sie drei Punkte an, die in der Ebene e liegen.
beschreiben	Strukturen, Sachverhalte oder Verfahren in eigenen Worten unter Berücksichtigung der Fachsprache sprachlich angemessen wiedergeben	Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen von f im Diagramm. Beschreiben Sie Ihren Lösungsweg.
belegen	die Gültigkeit einer Aussage anhand eines Beispiels veranschaulichen	Belegen Sie, dass es Funktionen mit der geforderten Eigenschaft gibt.
erstellen	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden oder Daten in übersichtlicher, fachlich sachgerechter oder vorgegebener Form darstellen	Erstellen Sie eine Wertetabelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung.
vereinfachen	komplexe Terme oder Gleichungen auf eine Grundform oder eine leichter weiter zu verarbeitende Form bringen	Vereinfachen Sie den Funktionsterm der Ableitungsfunktion so weit wie möglich.
zeichnen, graphisch darstellen	eine maßstäblich hinreichend exakte graphische Darstellung anfertigen	Zeichnen Sie den Graphen von f in ein Koordinatensystem mit geeigneten Längeneinheiten.
Anforderungsbereich II		
anwenden	eine bekannte Methode auf eine neue Problemstellung beziehen	Wenden Sie das Verfahren der Polynomdivision an.
begründen	Sachverhalte unter Nutzung von Regeln und mathematischen Beziehungen auf Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Zusammenhänge zurückführen	Begründen Sie, dass die Funktion f mindestens einen Wendepunkt hat.
berechnen	Ergebnisse von einem Ansatz ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen; gelernte Algorithmen ausführen	Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A.
bestimmen, ermitteln	Zusammenhänge oder Lösungswege aufzeigen und unter Angabe von Zwischenschritten die Ergebnisse formulieren	Bestimmen Sie die Anzahl der Nullstellen von f in Abhängigkeit vom Parameter k.
darstellen	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden oder Verfahren in fachtypischer Weise strukturiert wiedergeben	Stellen Sie die Beziehung zwischen den Werten der Integralfunktion und dem Verlauf des Graphen von f dar.
entscheiden	sich bei Alternativen eindeutig und begründet auf eine Möglichkeit festlegen	Entscheiden Sie, welche der Geraden die Tangente an den Graphen im Punkt P ist.
erklären	Sachverhalte mit Hilfe eigener Kenntnisse verständlich und nachvollziehbar machen und begründet in Zusammenhänge einordnen	Erklären Sie das Auftreten der beiden Lösungen.

Operatoren-Liste (Fortsetzung)

Operator	Definition	Beispiel
erläutern	einen Sachverhalt durch zusätzliche Informationen veranschaulichen	Erläutern Sie die Aussage des Satzes anhand eines Beispiels.
gliedern	Sachverhalte unter Benennung des verwendeten Ordnungsschemas in mehrere Bereiche aufteilen	Gliedern Sie den von Ihnen entwickelten Lösungsweg.
herleiten	die Entstehung oder Entwicklung von gegebenen oder beschriebenen Sachverhalten oder Gleichungen aus anderen Sachverhalten darstellen	Leiten Sie die gegebene Funktionsgleichung der Stammfunktion her.
interpretieren, deuten	Phänomene, Strukturen oder Ergebnisse auf Erklärungsmöglichkeiten untersuchen und diese unter Bezug auf eine gegebene Fragestellung abwägen	Bestimmen Sie das Integral und interpretieren Sie den Zahlenwert geometrisch.
prüfen	Fragestellungen, Sachverhalte, Probleme nach bestimmten fachlich üblichen bzw. sinnvollen Kriterien bearbeiten	Prüfen Sie, ob die beiden Graphen Berührpunkte haben.
skizzieren	die wesentlichen Eigenschaften eines Objektes, eines Sachverhaltes oder einer Struktur graphisch (eventuell auch als Freihandskizze) darstellen	Skizzieren Sie für die Parameterwerte -1, 0 und 1 die Graphen der jeweiligen Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem.
untersuchen	Eigenschaften von Objekten oder Beziehungen zwischen Objekten anhand fachlicher Kriterien nachweisen	Untersuchen Sie die Lagebeziehung der beiden Geraden.
vergleichen	Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede darstellen	Vergleichen Sie die beiden Lösungsverfahren.
zeigen, nachweisen	Aussagen unter Nutzung von gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen	Zeigen Sie, dass die beiden gefundenen Vektoren orthogonal sind.
Anforderungsbereich III		
auswerten	Daten, Einzelergebnisse oder andere Elemente in einen Zusammenhang stellen, ggf. zu einer Gesamtaussage zusammenführen und Schlussfolgerungen ziehen	Werten Sie die Ergebnisse in Abhängigkeit vom Parameter k aus.
beurteilen, bewerten	zu Sachverhalten eine selbstständige Einschätzung unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren und begründen	Beurteilen Sie das beschriebene Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung der Extremstelle.
beweisen	Aussagen im mathematischen Sinne ausgehend von Voraussetzungen unter Verwendung von bekannten Sätzen und von logischen Schlüssen verifizieren	Beweisen Sie, dass die Diagonalen eines Parallelogramms einander halbieren.
verallgemeinern	aus einem beispielhaft erkannten Sachverhalt eine erweiterte Aussage formulieren	Verallgemeinern Sie die für die unterschiedlichen Parameter gezeigten Eigenschaften.
widerlegen	Aussagen im mathematischen Sinne unter Verwendung von logischen Schlüssen, ggf. durch ein Gegenbeispiel falsifizieren	Widerlegen Sie die folgende Behauptung:...
zusammenfassen	den inhaltlichen Kern unter Vernachlässigung unwesentlicher Details wiedergeben	Fassen Sie die Eigenschaften der Funktionen der Funktionenschar f_k zusammen.

5.2. Bewertung und Umrechnungen von Leistungen

Für die Benotung in den Jahrgangsstufen 9 bis 12 wird (mit Ausnahme der schriftlichen und ggf. mündlichen Abiturprüfung) das rumänische Notensystem von 10 (beste Note) bis 2 (schlechteste Note) bzw. 1 (Note bei Täuschungsversuch) verwendet.

Neben einer Mindestanzahl an Einzelleistungen (möglich sind u. a. schriftliche Tests, Abfragen/Rechenschaftsablagen und Referate/Präsentationen), die sich an der Stundenzahl pro Woche orientiert, wird im Fach Mathematik pro Halbjahr eine umfangreichere Semesterarbeit in Form einer Klausur geschrieben.

Der auf zwei Dezimalen abgerundete arithmetische Mittelwert der kleinen Leistungen wird dreifach gewichtet, die Semesterarbeit einfach. Der entstehende gewichtete Durchschnitt wird auf eine ganze Zahl kaufmännisch gerundet und ist die Semester-Note.

Der Jahres-Durchschnitt wird als arithmetisches Mittel der Semester-Noten gebildet. Es sind daher Jahresnoten der Form n,0 und n,5 möglich. Zum Bestehen des Jahres wird in jedem Fach ein rumänischer Notenschnitt von 5,0 benötigt.

Die Umwandlung der rumänischen Jahresnoten 10 bis 5 erfolgt nach der in Anlage 5 der aktuellen Prüfungsordnung[6] festgelegten Tabelle[7]:

rumänische Note	**10**	**9,5**	**9**	**8,5**	**8**	**7,5**	**7**	**6,5**	**6**	**5,5**	**5**	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1
deutsche Notenpunkte	**15**	**13**	**12**	**11**	**10**	**09**	**08**	**07**	**06**	**05**	**05**	04	03	02	02	01	00	00	00

§ 10 Abs. 4 derselben Prüfungsordnung regelt die Zuordnung der erzielten Prozentsätze der erreichbaren Bewertungseinheiten in der schriftlichen Abiturprüfung zu Notenpunkten.

Note	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01	00
von ... %	100	94	89	84	79	74	69	64	59	54	49	44	39	33	26	19
bis ... %	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	34	27	20	0

Allerdings fehlt es dort an einer Durchführungsbestimmung, wie die Intervallgrenzen aufzufassen sind und in welcher Form bei Leistungen, die zwischen zwei Notenpunkten liegen, gerundet werden soll, etwa wenn 40,5 BE oder 113,5 BE von möglichen 120 BE erreicht wurden. In Analogie zu den „Fachspezifischen Hinweisen für die Erstellung und Bewertung der Aufgabenvorschläge im Fach Mathematik" (BLASchA-Beschluss 23./24.09.2015) für die Deutschen Schulen im Ausland werden die Notenintervalle wie folgt interpretiert: 15 bei [100%;95%], 14 bei]95%;90%], womit sich bei den üblichen 120 BE für eine Abiturprüfung folgende Tabelle ergibt:

Note	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01	00
von BE	120	113,5	107,5	101,5	95,5	89,5	83,5	77,5	71,5	65,5	59,5	53,5	47,5	40,5	32	23,5
bis BE	114	108	102	96	90	84	78	72	66	60	54	48	41	32,5	24	0

[6] Ordnung für die Durchführung der Prüfung zur Erlangung eines Zeugnisses der deutschen allgemeinen Hochschulreife und des rumänischen Bakkalaureat für Absolventen deutscher Spezialabteilungen / Schulen in Rumänien (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 17.01.1994 i.d.F. vom 16.12.2010)

[7] Schlechtere Noten können als Jahres-Durchschnittsnoten nicht entstehen (sonst ist die Jahrgangsstufe nicht bestanden), wohl aber als Semester-Noten. Welche Halbjahresleistung nach deutschem System in diesem Fall zu bescheinigen wäre, ist nicht amtlich geregelt. Der Rest der obigen Tabelle orientiert sich an der Aktennotiz „Umrechnung der rumänischen Noten (10-1) in das deutsche Punktesystem (15-0)" (seit 1995 anzuwenden).

Die Berechnung der Endnoten und der Gesamtpunktzahl ist durchaus nicht-trivial:

1. Berechnung der **Vornote**:
   In allen Abiturfächern (D, M, G, Ru und vier weiteren) werden jeweils die Mittelwerte der deutschen Notenpunkte aus Klasse 11 und 12 genommen. Bei einem Mittelwert der Form n,5 (z. B. Note 15 in Klasse 11 und Note 12 in Klasse 12) entscheidet die Note der Klasse 12 darüber, ob auf- oder abgerundet wird. Ist n,5 größer als die Note aus der Klasse 12, erhält der Schüler die Note n, andernfalls die Note n+1.
2. Berechnung der **Prüfungsnote**:
   a) In Fächern, in denen der Prüfling schriftlich und auch mündlich geprüft wird, ist die Prüfungsnote der Mittelwert der schriftlichen und mündlichen Note. Bei einem Mittelwert der Form n,5 entscheidet die Note der schriftlichen Abiturprüfung darüber, ob auf- oder abgerundet wird. Ist n,5 größer als die Note aus der schriftlichen Abiturprüfung, erhält der Schüler die Note n, andernfalls die Note n+1.
   b) In Fächern, in denen der Prüfling nur schriftlich oder nur mündlich geprüft wird, ist diese Note gleichzeitig die Prüfungsnote.
3. Berechnung der **Endnote**:
   a) In Fächern, in denen eine Abiturprüfung (schriftlich und/oder mündlich) stattgefunden hat, ergibt sich die Endnote als arithmetisches Mittel aus Vornote und Prüfungsnote. Bei einem Mittelwert der Form n,5 entscheidet grundsätzlich die Prüfungsnote darüber, ob auf- oder abgerundet wird (analog der Rundungsregel für die Prüfungsnote). Eine Ausnahme stellt der Fall dar, dass bei der Berechnung der Prüfungsnote bereits gerundet wurde. In diesem Fall wird nicht zweimal in dieselbe Richtung gerundet. Eine eventuelle Rundung der Vornote ist nicht weiter relevant.
   Damit ergeben sich die folgenden Unterfälle für Endnoten der Form n,5:

	Vornote besser als Prüfungsnote			Prüfungsnote besser als Vornote		
vorherige Rundung bei der Prüfungsnote	keine	auf	ab	keine	auf	ab
daraus resultierende Endnote	n	n	n+1	n+1	n	n+1
Beispiele (V=Vornote, S=Schriftliche Prüfung, M=Mündliche Prüfung, E=Endnote)	V15/S10/ M10/E12	V15/S10/ M9/E12	V15/S10/ M11/E13	V10/S15/ M15/E13	V10/S15/ M14/E12	V11/S14/ M15/E13

   b) In Fächern, in denen der Prüfling weder schriftlich noch mündlich geprüft wird, ist die Vornote auch die Endnote.

4. Die **Gesamtpunktzahl** ergibt sich aus den doppelt gewichteten Endnoten in den Fächern Deutsch, Mathematik, Geschichte und Rumänisch sowie den einfach gewichteten Endnoten der vier weiteren Abiturprüfungsfächer. Maximal sind damit 180 Punkte erreichbar. Für die Umsetzung der Gesamtpunktzahl in deutsche Abiturnoten (von 1,0 bis 4,0) bzw. rumänische Abiturnoten (von 10,00 bis 6,00) wird auf die Anlagen der Prüfungsordnung verwiesen.

6. Schlussbemerkung

Festzustellen ist, dass Lehrplanarbeit ein Prozess ist, der neue didaktisch-methodische Entwicklungen aufgreift und dabei auch die Verwendung neuer Technologien berücksichtigt, die den Mathematikunterricht bereichern, erweitern und vertiefen können.

In dieser Hinsicht ist die vorliegende Zusammenstellung ein Schritt in diesem Prozess. Sie ist Grundlage für die Unterrichtsarbeit in den kommenden Jahren, aber sicherlich Gegenstand weiterer Überarbeitungen auf der Grundlage konkreter Erfahrungen.

Bukarest, im Juni 2017

Holger Rieck, Dipl.-Lehrer
Leiter der Abteilung

Oliver Manger, OStR
Fachvorsitz Mathematik